

4 Функции комплексного переменного

4.1 Конформные отображения

Изобразите на комплексной плоскости образы координатной сетки при преобразованиях:

1) $z \rightarrow \frac{z-1}{z+1}$;

2) $z \rightarrow z + \frac{1}{z}$ (образ координатной сетки в полярной системе координат);

3) $z \rightarrow e^z$ (образ полосы $-\pi \leq \operatorname{Im} z \leq \pi$);

4) $z \rightarrow \sin z$ (образ полосы $-\pi \leq \operatorname{Re} z \leq \pi$);

5) $z \rightarrow \operatorname{tg} z$ (образ полосы $-\frac{\pi}{4} \leq \operatorname{Re} z \leq \frac{\pi}{4}$).

4.2 Голоморфные отображения

Исследуйте на голоморфность следующие отображения:

1) $z \rightarrow z^2$;

2) $z \rightarrow |z|$;

3) $z \rightarrow \frac{z-1}{z+1}$;

4) $z \rightarrow \bar{z}$;

5) $z \rightarrow z + \frac{1}{z}$;

6) $z \rightarrow e^z$;

7) $z \rightarrow \sin z$;

8) $z \rightarrow \operatorname{tg} z$.