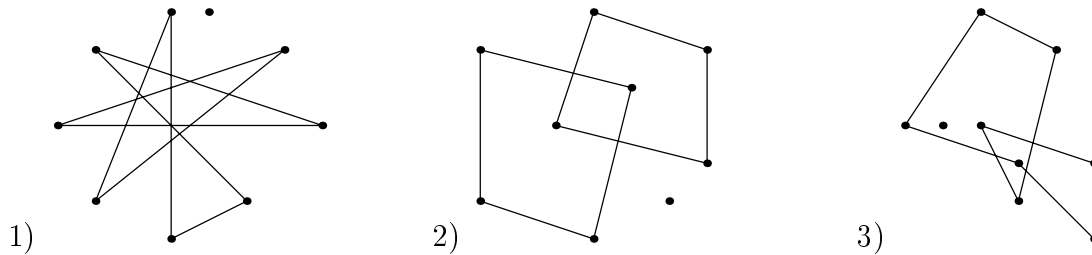


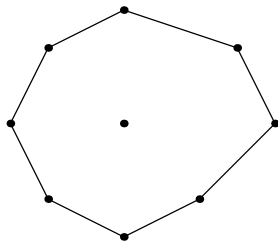
4 Начала теории графов

Задача 1. Обычно Атос обменивается задачами по математике с Портосом, Портос с д'Артаньяном, Ришелье с Александром Дюма, Александр Дюма с Атосом, Портос с трактирщиком. Могла ли задача, придуманная Ришелье, дойти до трактирщика?

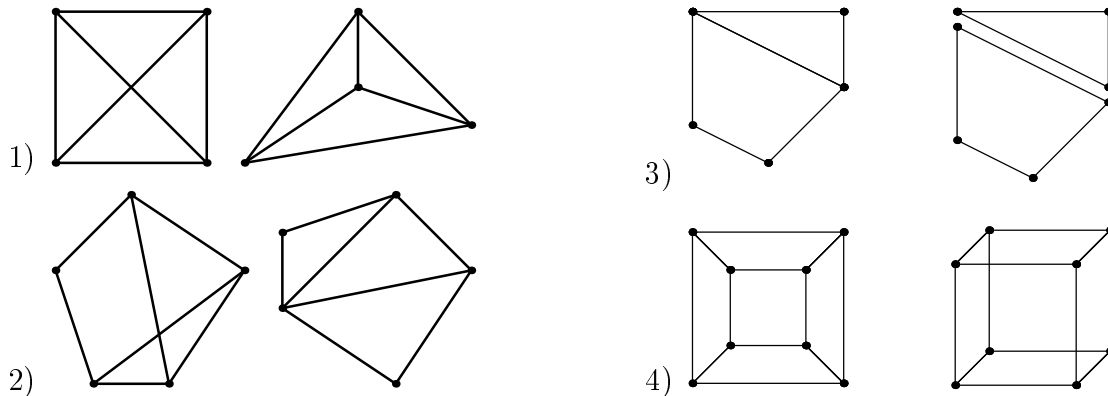
Задача 2. Какие из графов



изоморфны графу:



Задача 3. Изоморфны ли попарно графы, изображенные на рисунках?



Задача 4. Граф имеет n вершин степени d_1, d_2, \dots, d_n . Найти число ребер этого графа.

Задача 5. Найти число ребер полного графа, имеющего n вершин.

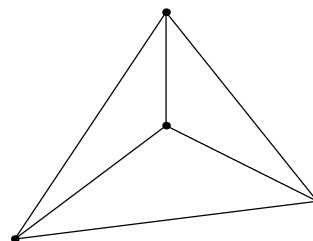
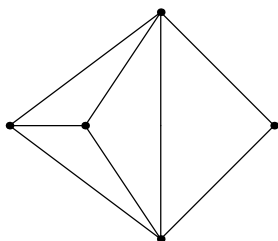
Задача 6. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими?

Задача 7. Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечетное число рукопожатий, четно.

Задача 8. В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

Задача 9. Докажите, что граф с n вершинами, степень каждой из которых не менее $\frac{n-1}{2}$, связан.

Задача 10. Можно ли нарисовать графы, изображенные на рисунке, не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз?

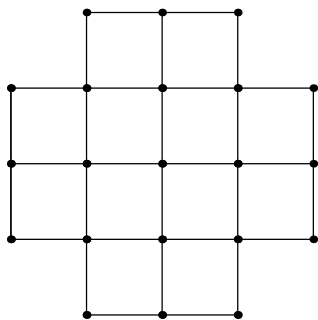


Задача 11. Дан кусок проволоки длиной

- 1) 110 см;
- 2) 120 см.

Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см? Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку длиной 120 см, чтобы все же изготовить требуемый каркас?

Задача 12. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти ее ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?



Задача 13. Имеется группа островов, соединенных мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошел все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове Троекратном он побывал трижды. Сколько мостов ведет с Троекратного, если турист

- 1) не с него начал и не на нем закончил?
- 2) с него начал, но не на нем закончил?
- 3) с него начал и на нем закончил?

Задача 14. В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта - ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний - одна, а из всех остальных городов - по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно, с пересадками).